الاكاديمية الجهوية للتربية و التكوين جهة مراكش–تانسيفت –الحوز الثانوية التاهيلية ابطيح ايت اورير	الفرض المنزلي02	1. المتتاليات العددية 2. اللاشتقاق مبرهنة رول و مبرهنة التزايدات المنتهية .
المستوى:الثانية علوم رياضية – أ–	الموسم الدراسي 2012/2011	ذ محمد بنيـــــو

التمرين 01:

لتكن المتتالية $(u_n)_n$ امعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ \forall n \in \mathbb{N}; u_{n+1} = \frac{e^{u_n}}{u_n+2} \end{cases}$.

1. ادرس تغيرات الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f: x \longmapsto \frac{e^x}{x+2}$.
2. أ ــ بين ان : $f([0;1]) \subset [0;1]$.

ب ــ بين ان : $\forall x \in [0;1], \frac{1}{4} \leq f'(x) \leq \frac{2}{3}$.

ج ــ استنتج ان المعادلة $f(x) = x$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0;1]$.

3 . أ ــ بين ان : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \in [0;1]$.

ب ــ استنتج ان المتتالية $(u_n)_n$ متقاربة وحدد نهايتها.

ج ــ بين ان : $\forall n \in \mathbb{N}, |u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{2}{3}|u_n - \alpha|$.

د ــ بين ان : $\forall n \in \mathbb{N}, |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$.

ه ــ حدد الاعداد الصحيحة الطبيعية n التي يكون من اجلها u_n قيمة مقربة للعدد α الى 10^{-3} .

التمرين 02:

ليكن k عددا حقيقيا و f_k الداية العددية المعرفة: $f_k(x) = x^2 + k\ln(x)$.

1.حدد مجموعة تعريف الدالة f_k.

2.ادرس تغيرات الدالة f_k بدلالة k.

3.أنشئ المنحنيات C_0؛C_2 و C_{-2} الممثلة للدوال f_0؛ f_2 و f_{-2} في المستوى المنسوب لمعلم متعامد ممنظم $(0;\vec{i};\vec{j})$.

4.لتكن M النقطة التي يقبل فيها منحنى f_k مماسا أفقيا.

حدد مجموعة النقط M عندما يتغير k في $\mathbb{R}$.

التمرين 03:

لكل عدد صحيح طبيعي n ، نعرف على المجال $]0;+\infty[$ الدالة f_n المعرفة كالتالي: $f_n(x) = \frac{e^x-1}{x} + n\ln(x)$

.

A ــــ دراسة الدالة f_n في حالة $n = 0$.

نضع $f_0(x) = \frac{e^x-1}{x}$.

1. تحقق ان لكل u من $]0;+\infty[$ ، $e^u \geq u + 1$ و استنتج ان لكل x من $]0;+\infty[$: $e^{-x} + x - 1 \geq 0$ و ان: $(x-1)e^x \geq 0$.
2. حدد نهايتي f_0 عند 0 و عند $+\infty$.
3. بين ان لكل x من $]0;+\infty[$: $f'_0(x) = \frac{e^x(x-1)+1}{x^2}$.استنتج منحى تغيرات الدالة f_0 .
4. انشئ C_0 منحى f_0 في المستوى المنسوب الى معلم متعامد ممنظم وحدته 2cm .

B ــــ دراسة اسرة الدوال f_n في حالة $n > 0$.

Med Benniou

ليكن C_n *المنحنى الممثل للدالة* f_n في المعلم السابق .

1. حدد منحى *تغيرات الدالة* f_n على المجال $]0;+\infty[$.
2. حدد نهايتي f_n عند 0 و عند $+\infty$. استنتج المقارب للمنحنى C_n .
3. *ادرس الوضع النسبي للمنحنيين* C_n *و* C_{n+1} .
4. *بين ان جميع المنحنيات* C_n *تمر من نقطة ثابتة* B *يتم تحديدها.*
5. *بين ان لكل* عدد صحيح *طبيعي* غير منعدم n ،المعادلة $f_n(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا a_n في المجال $]0;1[$
6. *بين ان لكل* عدد صحيح *طبيعي* غير منعدم n ، $f_{n+1}(a_n) = ln(a_n)$ و استنتج ان $a_n \leq a_{n+1}$ ثم ان المااليـة $(a_n)_n$ متقاربة.
7. *أ ــ باستعمال الجزء A ،بين ان لكل* x *من المجال* $]0;1]$: $\frac{e^x-1}{x} \leq e-1$.

   ب ــ استنتج ان لكل عدد صحيح *طبيعي* غير منعدم n ، $ln(a_n) \geq \frac{1-e}{n}$ و $a_n \geq e^{\frac{1-e}{n}}$.

   ج ــ استنتج نهاية المتتالية $(a_n)_n$.
8. .انشئ في المعلم السابق المنحنيين C_1 و C_2 .

التمرين 04: مبرهنة رول

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة ب: $f(x) = \frac{x}{1+x^2} - \arctan(x)$ وليكن α عددا حقيقيا غير منعدم .

باستعمال مبرهنة رول ،اثبت انه يوجد عدد حقيقي c حيث $f'(c) = \frac{f(\alpha)}{\alpha}$.

التمرين 05: اثبت ان $|sin80^o - 1| \leq \frac{\pi}{36}$

المراجع:

- ✓ مواقع تربوية وطنية و اجنبية.
- ✓ فروض سابقة لنفس المستوى.
- ✓ كتب مدرسية مقررة.

Med Benniou