

1. الاتصال 2. المتتاليات العددية 3. الاشتقاق و دراسة الدوال العددية.	الفرض المنزلي 01	الأكاديمية الجهوية للتربية و التكوين جهة مراكش-تانسيفت -الحوز الثانوية التأهيلية ابطيح ايت اورير
ذ محمد بنينو	الموسم الدراسي 2012/2011	المستوى: الثانية علوم رياضية – أ.

التمرين 01: تمديد مبرهنة رول الى المجال $[a; +\infty[$.

f دالة متصلة على $[a; +\infty[$ و قابلة للاشتقاق على $]a; +\infty[$ و تحقق
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = f(a)$.

1. نفترض f ثابتة على $[a; +\infty[$. استنتج انه يوجد α من $]a; +\infty[$ حيث $f'(\alpha) = 0$.

2. نفترض وجود عدد b من $]a; +\infty[$ حيث $f(a) \neq f(b)$.

باستعمال مبرهنة القيم الوسيطة، تحقق من وجود عددين حقيقيين مختلفين A و B حيث
 $f(A) = f(B) = \frac{f(a)+f(b)}{2}$.

3. باستعمال مبرهنة رول على مجال – يتم تعيينه – استنتج وجود α من $]a; +\infty[$ حيث
 $f'(\alpha) = 0$.

4. إذا كانت f قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} و كانت $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = l$. هل يوجد α
من \mathbb{R} حيث $f'(\alpha) = 0$ ؟ علل اجابتك.

5. ارسم شكلا تترجم به هذه الخاصية.

التمرين 02: la règle de L'HOPITAL

f و g دالتان قابلتان للاشتقاق في a و تحققان الشرطين:

$$f(a) = g(a) = 0 \quad \checkmark$$

$$\frac{f'(a)}{g'(a)} \in \mathbb{R} \quad \checkmark$$

$$1. \text{ بين ان } \lim_a \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}.$$

$$2. \text{ باستعمال هذه المبرهنة ، احسب النهاية التالية: } \lim_0 \frac{(1+\sin x)^2 - \cos x}{x}.$$

التمرين 03:

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي: $f(x) = \frac{1}{4x^2+4}$ ، و نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما

$$\text{يلي: } \begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

1. أ- ادرس تغيرات الدالة f على \mathbb{R}^+ .

ب- بين ان المعادلة $f(x) = x$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0; \frac{1}{2}[$.

ج- بين ان : $\forall (x; y) \in [0; 1]^2: |f(x) - f(y)| \leq \frac{1}{2} |x - y|$

2. بين ان $\forall n \in \mathbb{N}: 0 < u_n \leq \frac{1}{2}$

3. أ- بين ان : $\forall n \in \mathbb{N}: |u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2} |u_n - \alpha|$

ب- استنتج ان المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة و احسب نهايتها.

4. نضع : $w_n = u_{2n+1}$ و $v_n = u_{2n}$

أ- بين ان : $\forall n \in \mathbb{N}: w_n < \alpha < v_n$

ب- ادرس رتبة $(v_n)_n$ و $(w_n)_n$.

5. أ- بين ان : $\forall n \in \mathbb{N}: v_{n+1} - w_{n+1} \leq \frac{1}{4} (v_n - w_n)$

ب- بين ان $(v_n)_n$ و $(w_n)_n$ متحاذيتان و حدد نهايتهما المشتركة.

التمرين 04:

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي: $f(x) = x \operatorname{Arctan}\left(\frac{x}{\sqrt{x+1}}\right)$ و ليكن (C) منحناها في معلم

متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أ- حدد D مجموعة تعريف الدالة f .

ت- احسب نهاية f عند $+\infty$.

2. ادرس قابلية اشتقاق f على اليمين في 0.

3. أ- حدد الدالة المشتقة للدالة f .

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f .

4. أ- بين انه مهما يكن x في \mathbb{R}_+^* فإن $\frac{\sqrt{x+1}}{x} x \operatorname{Arctan}\left(\frac{x}{\sqrt{x+1}}\right) - f(x) = \frac{\pi}{2}$.

ب- استنتج الفرع اللانهائي للمنحنى (C) .

5. بين ان f تقابل من \mathbb{R}^+ نحو مجال I يتم تحديده.

6. انشئ (C) و منحنى التقابل العكسي للدالة f في نفس المعلم.

التمرين 05: تمرين للتعمق السؤالان مستقلان

1. f و g دالتان متصلتان على قطعة $[a; b]$ حيث

$$(\forall x \in [a; b]), (\exists y \in [a; b]) / f(x) = g(y)$$

بين انه يوجد على الأقل c من $[a; b]$ حيث $f(c) = g(c)$

2. F و g دالتان معرفتان من $[0; 1]$ الى $[0; 1]$ و متصلتان على $[0; 1]$.

نفترض ان $\forall x \in [0; 1]: f \circ g(x) = g \circ f(x)$.

بين ان : $\exists c \in [0; 1]: f(c) = g(c)$

3. نعتبر في \mathbb{R} المعادلة: $Arctan(x - 1) + Arctan x + Arctan(x + 1) = \frac{\pi}{2}$ (E)

- أ- بين ان المعادلة (E) تقبل حلا وحيدا في المجال $]0; 1[$.
ب- حل في \mathbb{R} المعادلة (E) .

4. ليكن n من \mathbb{N}^* ، احسب النهايتين

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \prod_{k=1}^{k=n} \cos^k(kx)}{x^2} \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \prod_{k=1}^{k=n} \cos(kx)}{x^2}$$

المراجع:

- ✓ مواقع تربوية وطنية و اجنبية.
- ✓ فروض سابقة لنفس المستوى.
- ✓ كتب مدرسية مقرر.